

Aufgabe 3.1

Beweise: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$

Hinweis: Verwende die trigonometrische Beziehung $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, um den obigen Grenzwert in eine Form zu bringen, in der der bekannte Grenzwert

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$$

auftritt.

Aufgabe 3.2

Beweise: $[\cos x]' = -\sin x$

Hinweis: Der Beweis verläuft analog zu dem von $[\sin x]' = \cos x$.

Aufgabe 3.3

Bestimme die Ableitung von $f(x) = \ln x$ an der Stelle $x = 5$.

Aufgabe 3.4

Bestimme die Ableitung von $f(x) = x^5$ an der Stelle $x = -2$.

Aufgabe 3.5

Bestimme die Ableitung von $f(x) = \cos x$ an der Stelle $x = \pi/2$.

Aufgabe 3.6

Bestimme die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion $f(x) = e^x$ an der Stelle $x = 0$.

Aufgabe 3.7

Bestimme die Gleichung der Normalen an den Graphen der Funktion $f(x) = x^3$ an der Stelle $x = 2/3$.

Aufgabe 3.8

Die Tangente an den Graphen der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ bei $x = 1$ begrenzt zusammen mit den Koordinatenachsen im II. Quadranten eine Dreiecksfläche. Welchen Inhalt hat diese Fläche?

Aufgabe 3.9

An welchen Stellen hat der Graph der Funktion $f(x) = 1/x$ die Steigung $m = -1.44$?

Aufgabe 3.10

Eine Funktion f ist an der Stelle $x_0 \dots$

- monoton wachsend, wenn $f'(x_0) > 0$,
- monoton fallend, wenn $f'(x_0) < 0$.

Ist die Funktion f an der Stelle x_0 monoton wachsend oder monoton fallend?

- (a) $f(x) = x^4$; $x_0 = -3$
- (b) $f(x) = x^7$; $x_0 = -100$
- (c) $f(x) = \ln x$; $x_0 = 0.7$
- (d) $f(x) = 1/x$; $x_0 = 4$
- (e) $f(x) = 1/x$; $x_0 = -4$

Aufgabe 3.11

Bestimme die zweite Ableitung $f''(x)$ der gegebenen Funktion.

- (a) $f(x) = e^x$
- (b) $f(x) = \sin x$
- (c) $f(x) = \ln x$
- (d) $f(x) = x$

Aufgabe 3.12

An welcher Stelle ist der Graph von $f(x) = x^2$ parallel zur Geraden $g: y = 3x + 5$?

Aufgabe 3.13

Bestimme die Steigung der Tangente an den Graphen von f an der Stelle x_0 in Grad.

- (a) $f(x) = x^4$ $x_0 = 0.5$
- (b) $f(x) = 1/x$ $x_0 = -1$
- (c) $f(x) = e^x$ $x_0 = -2$
- (d) $f(x) = \ln x$ $x_0 = \sqrt{3}$
- (e) $f(x) = \cos x$ $x_0 = \frac{\pi}{6}$